

**Практическая работа №27**  
**Составление уравнений кривых второго порядка, их построение**

**Цель:** Проверить уровень усвоения материала по составлению уравнений кривых второго порядка (окружности, эллипса, параболы, гиперболы) и их построению.

**Задания**

**1. Составить канонические уравнения:**

а) эллипса; б) гиперболы; в) параболы (А, В - точки, лежащие на кривой, F - фокус, а - большая (действительная) полуось, b - малая (мнимая) полуось, ε - эксцентриситет,  $y = \pm kx$  - уравнения асимптот гиперболы, D - директриса кривой, 2c - фокусное расстояние).

Вариант	Эллипс	Гипербола	Парабола
1.	$b = 15, F(-10, 0)$	$a = 13, \varepsilon = 14/13$	D: $x = -4$
2.	$b = 2, F(4\sqrt{2}, 0)$	$a = 7, \varepsilon = \sqrt{85}/7$	D: $x = 5$
3.	$A(3, 0), B(2, \sqrt{5}/3)$	$k = 3/4, \varepsilon = 5/4$	D: $y = -2$
4.	$\varepsilon = \sqrt{21}/5, A(-5, 0)$	$A(\sqrt{80}, 3), B(4\sqrt{6}, 3\sqrt{2})$	D: $y = 1$
5.	$2a = 22, \varepsilon = \sqrt{57}/11$	$k = 2/3, 2c = 10\sqrt{13}$	ось симметрии Oх и $A(27, 9)$ .
6.	$b = \sqrt{15}, \varepsilon = \sqrt{10}/25$	$k = 3/4, 2a = 16$	ось симметрии Oх и $A(4, -8)$ .
7.	$a = 4, F(3, 0)$	$b = 2\sqrt{10}, F(-11, 0)$	D: $x = -2$
8.	$b = 4, F(9, 0)$	$a = 5, \varepsilon = 7/5$	D: $x = 6$
9.	$A(0, \sqrt{3}), B(\sqrt{14/3}, 1)$	$k = \sqrt{21}/10, \varepsilon = 11/10$	D: $y = -4$
10.	$\varepsilon = 7/8, A(8, 0)$	$A(3, -\sqrt{3/5}), B(\sqrt{13/5}, 6)$	D: $y = 4$
11.	$2a = 24, \varepsilon = \sqrt{22}/6$	$k = \sqrt{2/3}, 2c = 10$	ось симметрии Oх и $A(-7, -7)$ .
12.	$b = 2, \varepsilon = 5\sqrt{29}/29$	$k = 12/13, 2a = 26$	ось симметрии Oх и $A(-5, 15)$ .
13.	$a = 6, F(-4, 0)$	$b = 3, F(7, 0)$	D: $x = -7$
14.	$b = 7, F(5, 0)$	$a = 11, \varepsilon = 12/11$	D: $x = 10$ .
15.	$A(-\sqrt{17/3}, 1/3),$ $B(\sqrt{21}/2, 1/2);$	$k = 1/2, \varepsilon = \sqrt{5}/2$	D: $y = -1$
16.	$\varepsilon = 3/5, A(0, 8)$	$A(\sqrt{6}, 0), B(-2\sqrt{2}, 1)$	D: $y = 9$
17.	$2a = 22, \varepsilon = 10/11$	$k = \sqrt{11}/5, 2c = 12$	ось симметрии Oх и $A(-7, 5)$ .
18.	$b = 5, \varepsilon = 12/13$	$k = 1/3, 2a = 6$	ось симметрии Oу и $A(-9, 6)$ .
19.	$a = 9, F(7, 0)$	$b = 6, F(12, 0)$	D: $x = -1/4$
20.	$b = 5, F(-10, 0)$	$a = 9, \varepsilon = 4/3$	D: $x = 12$
21.	$A(0, -2), B(\sqrt{15}/2, 1)$	$k = 2\sqrt{10}/9, \varepsilon = 11/9$	D: $y = 5$
22.	$\varepsilon = 2/3, A(-6, 0)$	$A(\sqrt{8}, 0), B(\sqrt{20}/3, 2)$	D: $y = 1$
23.	$2a = 50, \varepsilon = 3/5$	$k = \sqrt{29}/14, 2c = 30$	ось симметрии Oу и $A(4, 1)$ .
24.	$b = 2\sqrt{15}, \varepsilon = 7/8$	$k = 5/6, 2a = 12$	ось симметрии Oу и $A(-2, 3\sqrt{2})$ .
25.	$a = 13, F(-5, 0)$	$b = 44, F(-7, 0)$	D: $x = -3/8$
26.	$b = 7, F(13, 0)$	$b = 4, F(-11, 0)$	D: $x = 13$

27.	$A(-3, 0), B(1, \sqrt{40}/3)$	$k = \sqrt{2/3}, \varepsilon = \sqrt{15}/3$	$D: y = 4$
28.	$\varepsilon = 5/6, A(0, \sqrt{11})$	$A(\sqrt{32/3}, 1), B(\sqrt{8}, 0)$	$D: y = -3$
29.	$2a = 30, \varepsilon = 17/15$	$k = \sqrt{17}/8, 2c = 18$	ось симметрии Оу и $A(4, -10)$
30.	$b = 2\sqrt{2}, \varepsilon = 7/9$	$k = \sqrt{2}/2, 2a = 12$	ось симметрии Оу и $A(-45, 15)$ .

**2. Записать уравнение окружности, проходящей через указанные точки и имеющей центр в точке А.**

- 2.1. Вершины гиперболы  $12x^2 - 13y^2 = 156$ ,  $A(0, -2)$ .
- 2.2. Вершины гиперболы  $4x^2 - 9y^2 = 36$ ,  $A(0, 4)$ .
- 2.3. Фокусы гиперболы  $24y^2 - 25x^2 = 600$ ,  $A(0, -8)$ .
- 2.4.  $O(0, 0)$ ,  $A$  - вершина параболы  $y^2 = 3(x - 4)$ . Ответ:  $(x - 4)^2 + y^2 = 16$
- 2.5. Фокусы эллипса  $9x^2 + 25y^2 = 1$ ,  $A(0, 6)$ .
- 2.6. Левый фокус гиперболы  $3x^2 - 4y^2 = 12$ ,  $A(0, -3)$ .
- 2.7. Фокусы эллипса  $3x^2 + 4y^2 = 12$ ,  $A$  - его верхняя вершина.
- 2.8. Вершину гиперболы  $x^2 - 16y^2 = 64$ ,  $A(0, -2)$ .
- 2.9. Фокусы гиперболы  $4x^2 - 5y^2 = 80$ ,  $A(0, -4)$ .
- 2.10.  $O(0, 0)$ ,  $A$  - вершина параболы  $y^2 = -(x + 5)/2$ .
- 2.11. Правый фокус эллипса  $33x^2 + 49y^2 = 1617$ ,  $A(1, 7)$ .
- 2.12. Левый фокус гиперболы  $3x^2 - 5y^2 = 30$ ,  $A(0, 6)$ .
- 2.13. Фокусы эллипса  $16x^2 - 41y^2 = 656$ ,  $A$  - его нижняя вершина.
- 2.14. Вершину гиперболы  $2x^2 - 9y^2 = 18$ ,  $A(0, 4)$ .
- 2.15. Фокусы гиперболы  $5x^2 - 11y^2 = 55$ ,  $A(0, 5)$ .
- 2.16.  $B(1, 4)$ ,  $A$  - вершина параболы  $y^2 = (x - 4)/3$ .
- 2.17. Левый фокус эллипса  $3x^2 + 7y^2 = 21$ ,  $A(-1, -3)$ .
- 2.18. Левую вершину гиперболы  $5x^2 - 9y^2 = 45$ ,  $A(0, -6)$ .
- 2.19. Фокусы эллипса  $24x^2 - 25y^2 = 600$ ,  $A$  - его верхняя вершина.
- 2.20. Правую вершину гиперболы  $3x^2 - 16y^2 - 48$ ,  $A(1, 3)$ .
- 2.21. Левый фокус гиперболы  $7x^2 - 9y^2 = 63$ ,  $A(-1, -2)$ .
- 2.22.  $B(2, -5)$ ,  $A$  - вершина параболы  $x^2 = -2(y + 1)$ .
- 2.23. Правый фокус эллипса  $x^2 + 4y^2 = 12$ ,  $A(2, -7)$ .
- 2.24. Правую вершину гиперболы  $40x^2 - 81y^2 = 3240$ ,  $A(-2, 5)$ .
- 2.25. Фокусы эллипса  $x^2 + 10y^2 = 90$ ,  $A$  - его нижняя вершина.
- 2.26. Правую вершину гиперболы  $3x^2 - 25y^2 = 75$ ,  $A(-5, -2)$ .
- 2.27. Фокусы гиперболы  $4x^2 - 5y^2 = 20$ ,  $A(0, -6)$ .
- 2.28.  $B(3, 4)$ ,  $A$  - вершина параболы  $y^2 = (x + 7)/4$ .
- 2.29. Левый фокус эллипса  $13x^2 + 49y^2 = 837$ ,  $A(1, 8)$ .
- 2.30. Правый фокус гиперболы  $57x^2 - 64y^2 = 3648$ ,  $A(2, 8)$ .

**3. Составить уравнение линии, каждая точка М которой удовлетворяет заданным условиям.**

- 3.1. Отстоит от прямой  $x = -6$  на расстоянии, в два раза большем, чем от точки  $A(1, 3)$ .
- 3.2. Отстоит от прямой  $x = -2$  на расстоянии, в два раза большем, чем от точки  $A(4, 0)$ .
- 3.3. Отстоит от прямой  $y = -2$  на расстоянии, в три раза большем, чем от точки  $A(5, 0)$ .
- 3.4. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(2, 3)$  и  $B(-1, 2)$  равно  $3/4$ .
- 3.5. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(4, 0)$  и  $B(-2, 2)$  равна 28.
- 3.6. Отстоит от точки  $A(1, 0)$  на расстоянии, в пять раз меньшем, чем от прямой  $x = 8$ .
- 3.7. Отстоит от точки  $A(4, 1)$  на расстоянии, в четыре раза большем, чем от точки  $B(-2, -1)$ .

- 3.8. Отстоит от прямой  $x = -5$  на расстоянии, в три раза большем, чем от точки  $A(6, 1)$ .
- 3.9. Отстоит от прямой  $y = 7$  на расстоянии, в пять раз большем, чем от точки  $A(4, -3)$ .
- 3.10. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-3, 5)$  и  $B(4, 2)$  равно  $1/3$ .
- 3.11. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-5, -1)$  и  $B(3, 2)$  равна  $40,5$ .
- 3.12. Отстоит от точки  $A(2, 1)$  на расстоянии, в три раза большем, чем от прямой  $x = -5$ .
- 3.13. Отстоит от точки  $A(-3, 3)$  на расстоянии, в три раза большем, чем от точки  $B(5, 1)$ .
- 3.14. Отстоит от прямой  $x = 8$  на расстоянии, в два раза большем, чем от точки  $A(-1, 7)$ .
- 3.15. Отстоит от прямой  $x = 9$  на расстоянии, в четыре раза меньшем, чем от точки  $A(-1, 2)$ .
- 3.16. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(2, -4)$  и  $B(3, 5)$  равно  $2/3$ .
- 3.17. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-3, 3)$  и  $B(4, 1)$  равна  $31$ .
- 3.18. Отстоит от точки  $A(0, -5)$  на расстоянии, в два раза меньшем, чем от прямой  $x = 3$ .
- 3.19. Отстоит от точки  $A(4, -2)$  на расстоянии, в два раза меньшем, чем от точки  $B(1, 6)$ .
- 3.20. Отстоит от прямой  $x = -7$  на расстоянии, в три раза меньшем, чем от точки  $A(1, 4)$ .
- 3.21. Отстоит от прямой  $x = 14$  на расстоянии, в два раза меньшем, чем от точки  $A(2, 3)$ .
- 3.22. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(3, -2)$  и  $B(4, 6)$  равно  $3/5$ .
- 3.23. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-5, 3)$  и  $B(2, -4)$  равна  $65$ .
- 3.24. Отстоит от точки  $A(3, -4)$  на расстоянии, в три раза большем, чем от прямой  $x = 5$ .
- 3.25. Отстоит от точки  $A(5, 7)$  на расстоянии, в четыре раза большем, чем от точки  $B(-2, 1)$ .
- 3.26. Отстоит от прямой  $x = 2$  на расстоянии, в пять раз большем, чем от точки  $A(4, -3)$ .
- 3.27. Отстоит от прямой  $x = -7$  на расстоянии, в три раза меньшем, чем от точки  $A(3, 1)$ .
- 3.28. Отношение расстояний от точки  $M$  до точек  $A(3, -5)$  и  $B(4, 1)$  равно  $1/4$ .
- 3.29. Сумма квадратов расстояний от точки  $M$  до точек  $A(-1, 2)$  и  $B(3, -1)$  равна  $18,5$ .
- 3.30. Отстоит от точки  $A(1, 5)$  на расстоянии, в четыре раза меньшем, чем от прямой  $x = -1$ .

### Контрольные вопросы

1. Запишите каноническое уравнение эллипса.
2. Запишите каноническое уравнение гиперболы.
3. Запишите каноническое уравнение параболы.
4. Что называется эксцентриситетом эллипса?
5. Запишите уравнения асимптот гиперболы.